

BÀI 9.

CĂN BẬC BA

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$.

Mỗi số a đều có duy nhất một căn bậc ba.

2. Tính chất

✦ $(\sqrt[3]{a})^3 = a;$

✦ $\sqrt[3]{a^3} = a.$

✦ $a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}.$

✦ $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b};$

✦ $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}. \quad (b \neq 0)$

Với $a \geq 0; b \geq 0$. Ta có $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thực hiện phép tính

1. Phương pháp giải

✦ Áp dụng $(\sqrt[3]{a})^3 = a; \quad \sqrt[3]{a^3} = a.$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 67, tr 36 SGK) Hãy tìm $\sqrt[3]{512}; \sqrt[3]{-729};$

Ví dụ 2: (Bài 68, tr. 36 SGK) Tính:

a). $\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{3^3} + \sqrt[3]{(-2)^3} - \sqrt[3]{5^3} = 3 + (-2) - 5 = -4$

b). $\frac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\frac{135}{5}} - \sqrt[3]{54 \cdot 4} = \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{216} = 3 - 6 = -3$

Dạng 2. So sánh hai số

1. Phương pháp giải

Đưa thừa số vào căn bậc ba rồi so sánh hai số trong căn:

$$\star A\sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{A^3B}.$$

$$\star A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}.$$

2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2. So sánh

a). 6 và $\sqrt[3]{215}$.

Ta có: $\sqrt[3]{216} = 6$

$$216 > 215 \Leftrightarrow \sqrt[3]{216} > \sqrt[3]{215} \Leftrightarrow 6 > \sqrt[3]{215}$$

b). $4\sqrt[3]{5}$ và $5\sqrt[3]{4}$. (HD: đưa thừa số vào dấu căn rồi so sánh)

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Các công thức biến đổi căn thức

1). $\sqrt{A^2} = |A|$.

2). $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ (Với $A \geq 0$ và $B \geq 0$).

3). $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ (Với $A \geq 0$ và $B > 0$).

4). $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$ (Với $B \geq 0$).

5). $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}$ (Với $A \geq 0$ và $B \geq 0$).

$$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B} \text{ (Với } A < 0 \text{ và } B \geq 0 \text{)}.$$

6). $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB}$ (Với $AB \geq 0$ và $B \neq 0$).

7). $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$ (Với $B > 0$).

8). $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2}$ (Với $A \geq 0$ và $A \neq B^2$).

9). $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$ (Với $A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$).

B. BÀI TẬP

Bài 1. Tìm giá trị của các biểu thức sau bằng cách biến đổi, rút gọn thích hợp:

a). $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{40}{27}$;

b). $\sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{14}{25} \cdot 2 \frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{49}{16} \cdot \frac{64}{25} \cdot \frac{196}{81}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{14}{9} = \frac{196}{45}$

c). $\frac{\sqrt{640} \cdot \sqrt{34,3}}{\sqrt{567}} = \sqrt{\frac{640 \cdot 34,3}{567}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 10 \cdot 0,1 \cdot 343}{567}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 49}{81}} = \sqrt{\left(\frac{8 \cdot 7}{9}\right)^2} = \frac{56}{9}$

d). $\sqrt{21,6} \cdot \sqrt{810} \cdot \sqrt{11^2 - 5^2} = \sqrt{216 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 81} \cdot \sqrt{(11-5)(11+5)} = \sqrt{216 \cdot 1 \cdot 81} \cdot \sqrt{6 \cdot 16}$
 $= \sqrt{216 \cdot 6} \cdot \sqrt{81} \cdot \sqrt{16} = 36 \cdot 9 \cdot 4 = 1296$

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a).

$$(\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10})\sqrt{2} - \sqrt{5} = (2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10})\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$= (-\sqrt{2} + \sqrt{10})\sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2}\sqrt{2} + \sqrt{10}\sqrt{2} - \sqrt{5} = \dots = -2 + \sqrt{5}$$

b).

$$\left(\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{8} - 2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \frac{1}{\sqrt{6}} = \left(\frac{\sqrt{12} - \sqrt{6}}{2\sqrt{2} - 2} - \frac{6\sqrt{6}}{3}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2} - 1)}{2(\sqrt{2} - 1)} - 2\sqrt{6}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6}\right) \frac{1}{\sqrt{6}} = -\frac{3}{2} \sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = -\frac{3}{2}$$

c). $\left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{3}}\right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

ĐS: -2.

d). $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ với $a > 0, b > 0, a \neq b$;

ĐS: a - b

Bài 4. Tìm x , biết:

a). $\sqrt{(2x-1)^2} = 3$ HD: $\sqrt{(2x-1)^2} = 3 \Leftrightarrow |2x-1| = 3$ (HS tự làm)

b). $\sqrt{9x^2 + 12x + 4} = 4$; HD: $\sqrt{9x^2 + 12x + 4} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(3x+2)^2} = 4 \Leftrightarrow |3x+2| = 4$

c). $\frac{5}{3}\sqrt{15x} - \sqrt{15x} - 2 = \frac{1}{3}\sqrt{15x}$; HD: $\frac{5}{3}\sqrt{15x} - \sqrt{15x} - 2 = \frac{1}{3}\sqrt{15x}$;

$$\Leftrightarrow \frac{5}{3}\sqrt{15x} - \sqrt{15x} - \frac{1}{3}\sqrt{15x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\sqrt{15x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{15x} = 6$$

$$\Leftrightarrow 15x = 36$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36}{15}$$

d). $\sqrt{3-x} - \sqrt{27-9x} + 1,25\sqrt{48-16x} = 6$. HD: $\sqrt{3-x} - \sqrt{27-9x} + 1,25\sqrt{48-16x} = 6$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{3-x} - \sqrt{9 \cdot (3-x)} + 1,25\sqrt{16(3-x)} = 6.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3-x} - 3\sqrt{3-x} + 1,25 \cdot 4\sqrt{3-x} = 6 \quad (\text{Hs tự làm})$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{3-x} = 6$$

HÌNH HỌC:

§5. ỨNG DỤNG THỰC TẾ CÁC TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN.

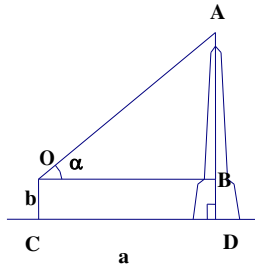
THỰC HÀNH NGOÀI TRỜI

I. Nội Dung

1. Xác định chiều cao:

- Đặt giác kế thẳng đứng cách chân tháp một khoảng bằng a (CD = a).
- Đo chiều cao của giác kế (giả sử OB = b).
- Đọc trên giác kế số đo góc AÔB = α .
- Ta có AB = OB.tg α
- Mà : AD = AB + BD

$$= AB + OC = a.tg\alpha + b.$$



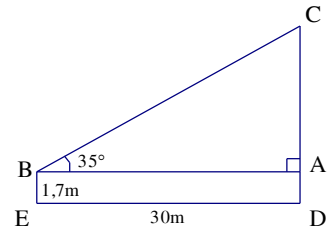
2. Ví dụ:

Ví dụ 1: (bài tập 40 SGK. tr 95).

Ta có : $AB = DE = 30\text{m}$. Trong tam giác vuông ABC ta có :

$$AC = AB.tgB = 30.tg35^\circ \approx 30.0,7 \approx 21 \text{ (m) } \quad AD = BE = 1,7\text{m}.$$

$$\text{Vậy chiều cao của cây là: } CD = CA + AD \approx 21 + 1.7 \approx 22,7 \text{ (m) }$$



Ví dụ 2:(Bài 38 SGK. tr 95)

Xét tam giác IKB vuông tại I

$$\text{Ta có : } IB = IK.tg(50^\circ + 15^\circ)$$

$$= IK.tg65^\circ$$

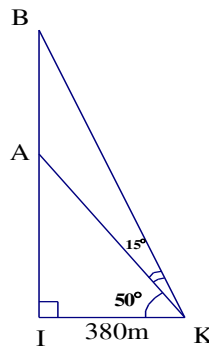
Xét tam giác IKA vuông tại I

$$\text{Ta có : } IA = IK.tg50^\circ$$

$$\Rightarrow AB = IB - IA$$

$$= IK (tg65^\circ - tg50^\circ)$$

$$\approx 362 \text{ (m)}$$

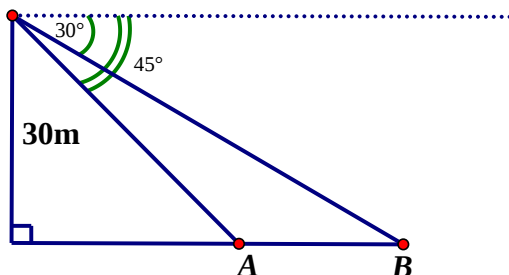


II. Bài tập tự luyện

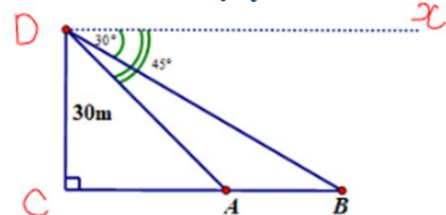
Bài 1: Từ đỉnh một tòa nhà người ta nhìn thấy chiếc xe đang đỗ với góc hạ 30° (xe ô tô ở vị trí điểm B) và góc hạ 45° (xe ô tô ở vị trí điểm A) biết tòa nhà cao 30m (như hình vẽ).

a. Tính khoảng cách từ ô tô ở vị trí A đến chân tòa nhà.

b. Tính khoảng cách giữa hai xe ô tô.



Gợi ý:



a) Tính khoảng cách từ ô tô ở vị trí A đến chân tòa nhà là AC

$$\text{Góc } xDA + \text{góc } ADC = 90^\circ \Rightarrow \text{góc } ADC$$

$$= 45^\circ \Rightarrow \text{tam giác } CDA \text{ vuông cân tại } C \Rightarrow DC =$$

$$CA = 30 \text{ m}$$

b) Tính khoảng cách giữa hai xe ô tô là AB

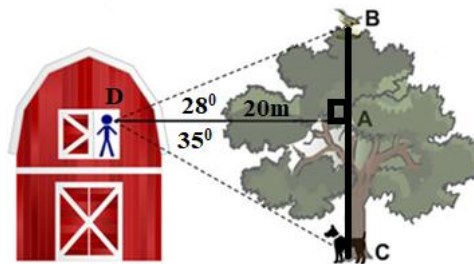
$$AB = BC - AC.$$

$$\text{Tam giác } BCD \text{ có góc } BDC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$BC = DC. \tan BDC$$

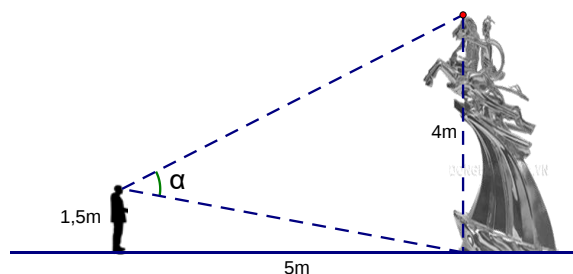
Bài 2:

Bạn Bình đứng ở bancon nhà mình cách cây xoài một khoảng $AD = 20\text{m}$ và quan sát thấy con chim bồ câu ở đỉnh cây B với góc 28° và chú chó bull ở chân gốc C của cây với góc 35° so với phương song song với mặt đất. Em hãy tính chiều cao BC của cây xoài đó (kết quả làm tròn đến mét).

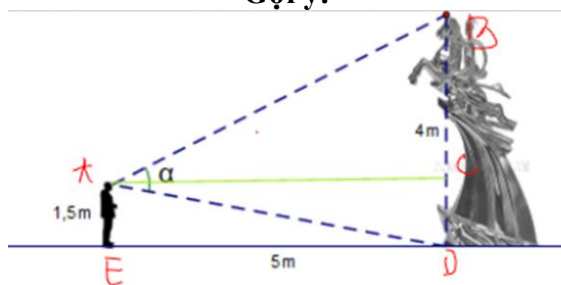


Bài 3:

Một bức tượng mỹ thuật có chiều cao 4m. Một người đang đứng cách chân tượng 5m và mắt người ấy cách mặt đất 1,5m (hình bên). Hỏi người đó nhìn toàn bộ bức tượng dưới góc bao nhiêu độ?



Gợi ý:



Hỏi người đó nhìn toàn bộ bức tượng dưới góc bao nhiêu độ? Nghĩa là tìm góc BAD .

- Tìm góc BAC (tam giác ABC có: $BC = 4 - 1,5 = 2,5\text{ m}$; $AC = 5\text{ m}$)
- Tìm góc CAD (tam giác CAD có : $DC = 1,5\text{m}$; $AC = 5\text{ m}$)